

## СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

УДК 372.851:378.4

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК ИНСТРУМЕНТ ИНЖЕНЕРНОГО КОНСТРУИРОВАНИЯ

*Королев Марк Евгеньевич,*

*кандидат физико-математических наук, доцент,*

*e-mail: [kustokust@gmail.com](mailto:kustokust@gmail.com)*

*ГОУ ВПО АДИ «Донецкий национальный технический университет»,*

*г. Горловка, ДНР*

*Korolev Mark,*

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor*

*Donetsk National Technical University, Horlovka*

*Для изучения проблемы обучения математическому моделированию студентов в контексте цифровизации высшего инженерного образования в статье рассмотрены вопросы использования математических моделей в современных технических исследованиях. Показана связь математических и технических наук, что обеспечивает понимание необходимости включения в современное инженерное образование цифровых педагогических технологий обучения математическому моделированию.*

*Ключевые слова:* моделирование, математическое моделирование, технология, инженерия, математика.

**Постановка проблемы.** В технических исследованиях моделирование помогает ответить на вопросы, какие эксперименты проводить, как интерпретировать результаты экспериментов, какие прототипы построить. В этих условиях велика роль математического моделирования, представляющего собой взаимодействие математических и технических наук. Это взаимодействие предоставляет инструменты и идеи, которые помогают продвинуться в решении новых задач, расширить границы исследований.

Процесс развития науки и техники, основанный на моделировании, требует усовершенствования математических

основ, позволяющих: моделировать, разрабатывать алгоритмы, использовать фундаментальные вопросы вычислительной техники, оценивать достоверность моделей при количественной оценке, анализе и оптимизации. То есть расширяется область применения математического моделирования особенно в инженерных исследованиях.

Новые технические задачи в инженерии стимулируют более глубокие разработки в области математических наук: комбинаторики, теории чисел, геометрии, линейной алгебры, функций нескольких переменных, обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в част-

ных производных, функционального анализа, теории вероятностей, статистики, численных методов и др.

В связи с этим рассмотрение вопросов, связанных с интеграцией математических и технических наук, а также актуализацией проблемы развития математического моделирования в современной цифровой экономике, является важной составляющей процесса обучения студентов высшей технической школы математическому моделированию как инструменту инженерного конструирования.

#### **Анализ актуальных исследований.**

Анализ научных источников показывает значительный объем различных разработок, посвященных использованию математического моделирования в инженерных исследованиях. К таким работам можно отнести разработки В.В. Аюпова [1], Н.В. Голубевой [3], Б.А. Горлач [4], Е.Г. Евсеевой [5], А.М. Жиркова [6], А.Н. Зайделя [7], В.С. Зарубина [8], В.И. Рейзлина [10] и др. Все они имеют важное значение для их исследования при обучении студентов – будущих инженеров.

К выводу о необходимости обучения методам математического моделирования для формирования профессиональной компетентности студентов в своих исследованиях приходят и зарубежные ученые такие, как G. Kaiser, S. Brand [11], P. Frejd, C. Bergsten [12] и др. В связи с этим изучение проблемы применения методов математического моделирования в современном техническом конструировании является важной и необходимой для рассмотрения.

**Цель статьи:** рассмотреть вопросы использования математических моделей в современных технических исследованиях, а также показать связь математических и технических наук, что будет способствовать обеспечению понимания необходимости включения в современное инженерное образование цифровых педагогических технологий обучения математическому моделированию.

#### **Изложение основного материала.**

Примеры использования математического моделирования (как моделирования, при котором исследование объекта осуществляется посредством модели, сформулированной на языке математики), влияющего на передовые технологии и экономическую конкурентоспособность, широко распространены. Этот факт можно проверить, изучив полный цикл производства технологического продукта, от стратегического планирования до исследования инженерного проектирования, эффективности производства, управления процессами, улучшения качества, маркетинга, инвентаризации, транспортировки, распределения и обслуживания.

Количество новых технических отраслей, отмечает О.А. Волгина, частью которых является математическое моделирование, непрерывно растет [2]. Например, индустрия шифрования использует теорию чисел, чтобы сделать возможной Интернет-торговлю. Индустрия «поиска» полагается на идеи математических наук, чтобы сделать обширные информационные ресурсы интернета доступными для поиска. Индустрия социальных сетей использует теорию графов и машинное обучение. Индустрия анимации и компьютерных игр использует разнообразные математические модели таких наук, как дифференциальная геометрия и уравнения в частных производных. Индустрия визуализации использует идеи дифференциальной геометрии и обработки сигналов. Индустрия онлайн-рекламы использует идеи теории игр и дискретной математики для определения цены на онлайн-рекламу, а также методы статистики и машинного обучения, чтобы решить, как настроить таргетинг этой рекламы.

В настоящее время инженерия использует сложные статистические методы и методы машинного обучения. Математическое моделирование сейчас присутствует почти во всех отраслях промышленности, а диапазон используемого аппарата прикладной математики был бы

немыслим еще поколение назад [7]. Об этом свидетельствует следующий тематический список методов математического моделирования: прогнозная аналитика, анализ изображений и интеллектуальный анализ данных, планирование и маршрутизация поставок, математические финансы и актуарная математика, робототехника, управление цепочками поставок, логистика, облачные вычисления, моделирование сложных систем, управление инфраструктурой для умных городов, компьютерные системы, программное обеспечение и информационные технологии.

При этом расширению роли математических наук способствуют: повсеместная доступность вычислительных мощностей и как следствие, зависимость от математического моделирования. Взрывной рост количества собираемых или генерируемых данных можно оценить только с помощью математических и статистических методов. В результате математическое моделирование стало основной движущей силой математических исследований в инженерных направлениях. Математическое моделирование и инженерный сектор исследований, отмечает Б.А. Горлач, требуют опыта, как в моделировании, так и в крупномасштабном анализе данных [4]. Поскольку технические науки и инженерия все больше полагаются на сложные вычислительные модели, связи между этими секторами и математическим моделированием неизбежно укрепляются.

Математическое моделирование играет ключевую роль практически во всех аспектах производственного цикла, от стратегического экономического планирования до технического обслуживания и ремонта. Расписание и планирование транспортных маршрутов основано на математических теориях. Инженерное проектирование основано на решении дифференциальных уравнений, часто с помощью вычислительных средств [3]. Рынки изучаются путем изучения статистических выборов, что позволяет опре-

делить оптимальный выбор ассортимента продукции. Оптимальные стратегии определяются методами исследования операций. Сложные системы описываются с помощью вероятностных моделей. Эти же методы, включая методы статистического контроля качества, применимы и к производственному процессу.

Математическое моделирование определяет важную роль в развитии технических возможностей, необходимых для проектирования и управления высокопроизводительными системами [5]. Математические модели стали стандартной частью процесса предварительного проектирования для построения таких систем. Это строительные блоки, на которых основано практически все программное обеспечение для автоматизированного проектирования. Эти модели значительно экономичнее в постройке и эксплуатации с точки зрения времени и финансовых затрат, чем более традиционные физические прототипы. Математические модели особенно полезны, когда предлагаемый дизайн должен быть протестирован на осуществимость (возможность реализации в материале), или когда количество степеней свободы настолько велико, что необходимо решение для уменьшения диапазона вариантов дизайна или управления.

Инженер, использующий математическое моделирование, должен понимать основное качественное поведение системы (например, как система реагирует на увеличение нагрузки на какую-либо подсистему). Такое глубокое понимание поведения системы может иметь важное значение для качества создаваемого инженерного продукта. Разработка стратегий управления в реальном времени для этих систем опирается на математические и вычислительные инструменты и представления.

С интеграцией цифровой экономики и производства, аппаратные возможности современных производственных систем постоянно увеличиваются. Однако часто оказывается, что значительное препят-

ствие на пути к полному использованию этих сложных ресурсов может быть связано со сложным взаимодействием между различными машинами, составляющими систему. «Интеллект» современных производственных систем, в которых математическая модель дополняет традиционную инженерию, создает новые возможности для управления системой, которых не было в предыдущих технологиях.

Моделирование систем, как сетей очередей, математически абстрагирует базовую структуру. Каждый ресурс (например, «связь» между узлами в междугородной сети, устройства ввода-вывода в компьютерной системе, рабочие центры на производственном объекте) в системе моделируется как очередь с ожиданием и связанный с ней набор серверов. Клиенты (например, пакеты в настройках сети, запросы к базе данных, заказы на производственном предприятии) перемещаются из очереди в очередь по мере получения услуг от каждого объекта на пути клиента. Степень Перегрузка возникает в модели, когда большое количество клиентов борются за ограниченные ресурсы. перегрузки оказывает важное влияние на производительность системы.

Шаблоны поступления и обслуживания клиентов в этих моделях непредсказуемы, и поэтому теория вероятностей и статистика играют в данном случае большую роль. Если сделать определенные допущения о непредсказуемости природы явлений, то ключевые показатели эффективности могут быть рассчитаны на основании решения (очень большой) системы уравнений. Таким образом, в последние годы были приложены значительные усилия для разработки вычислительных алгоритмов, способных решать эти большие системы уравнений.

Анализ и расширение теории сетей массового обслуживания в виде математической модели оказали значительное влияние на производительность сложных инженерных систем. Пакеты программ-

ного обеспечения, в которых широко используются идеи математического моделирования, коренным образом меняют культуру инженерного образования.

Математическое моделирование используется в изучение проблем управления сложными системами в реальном времени. Эффективные правила принятия решений для инженерных специальностей рассматриваются в дисциплине «эффективность информационных систем» [9]. Этот подход к разработке правил управления для приложений реального времени используется в производственных условиях (например, снижение выпуска бракованных изделий в компьютерном управлении, настройках телекоммуникаций и др.).

Также математическое моделирование используется в ситуациях, когда анализ слишком сложен. Дискретно-событийное моделирование – это методология, в разработке которой прикладная математика играет ведущую роль. Дискретные события – это, например, запросы, переходящие от одной станции к другой в сети массового обслуживания, с состояниями, которые изменяются дискретно, а не непрерывно.

Компьютерное моделирование предлагает разработчику системы возможность визуализировать фактическую работу системы с течением времени (например, в производственных условиях можно наблюдать, как компоненты собираются, когда они перемещаются по объекту и пр.). Как следствие, многие пакеты моделирования имеют широкие возможности графического интерфейса. В этом случае большой интерес представляет тема исследования алгоритмов моделирования дискретных событий.

Статистика имеет широкое применение в инженерных исследованиях и в этом отношении входит в число лидеров по разработке математических моделей [7]. Статистика приобретает все большее значение в физических и технических науках благодаря интерпретации измерений и анализу статистической значимо-

сти. Использование статистики хорошо зарекомендовало себя в различных инженерных направлениях. «Методы обработки статистических данных» является дисциплиной, преподаваемой для инженерных специальностей.

Математическое и статистическое моделирование и симуляция – важные шаги в процессе планирования инженерных объектов, используется для ремонта и технического обслуживания, особенно если объекты являются сложными, включают несколько рабочих станций, источников снабжения и т.д. Те же соображения применимы и к проектированию систем, комплексов (например, производственных помещений). Целью и задачей дисциплины «Системная инженерия», стоящей в блоке дисциплин обязательной части учебного плана студентов инженерных направлений является формирование системного взгляда на планирование и управление процессами жизненного цикла системы: будет ли предлагаемый объект функционировать хорошо с точки зрения затрат, запасов и продолжительности производственного цикла? После того, как осуществимость инженерных мероприятий установлена, моделирование предоставляет бесценную информацию о проектировании, развертывании и использовании оборудования, деталей и персонала. После оптимального проектирования объекта и его построения, дальнейшее моделирование позволяет окончательно настроить рабочие процедуры для достижения оптимальной производительности.

В современных инженерных науках развивается такая отрасль как промышленная математика, под которой понимают математику, использующуюся в промышленном контексте. Она включает в себя методы, алгоритмы, моделирование и идентификацию соответствующих величин. Кроме того активно внедряется прикладная математика как область исследований, которая развивает и использует новую или существующую математическую теорию для решения важных

проблем инженерии. В эту область входят методы решения, методы приближения, компьютерные алгоритмы и моделирование. Математический и вычислительный анализ – важный инструмент при проектировании и разработке инженерных систем. Компьютерное моделирование позволяет определить проектные параметры, которые значительно улучшат производительность систем или даже определить, будет ли эта система работать. Моделирование предоставляет такую информацию быстрее и дешевле, чем классическое конструирование и эксперименты, которые до сих пор являются обычным явлением во многих отраслях промышленности. Сложные процессы характеризуются множеством взаимодействующих подсистем. Они должны быть эффективно спроектированы, построены, модифицированы и поддерживаться с достаточной гибкостью, чтобы быть жизнеспособными в новых производственных средах. Эти цели не могут быть достигнуты без подробного анализа и моделирования всей системы.

Многие научные и инженерные задачи в моделях прикладной математики, могут быть поставлены с точки зрения оптимизации, а именно поиска оптимального значения некоторой целевой функции путем изменения определенных параметров. Определения целевой функции и параметров зависят от самой постановки задачи. Например, можно минимизировать стоимость конструкции за счет оптимального выбора материалов. В большинстве реальных задач значимые значения параметров ограничиваются ограничениями, которые возникают из свойств системы или процесса, которые необходимо оптимизировать. Например, для того, чтобы решение было осуществимо, может потребоваться соблюдение физических законов или инженерных соображений.

Проблемы математического моделирования в области оптимизации можно разделить на несколько различных категорий, в зависимости от характера пара-

метров, особых видов функций цели, ограничений, размера факторного пространства, связей между переменными, уровня и качества информации, желаемой точности, доступных вычислительных ресурсов и пр. Наиболее эффективные методы решения специализируются на использовании характеристик конкретных инженерных проблем.

Проблемы математического моделирования в области дискретной оптимизации заключаются в выборе наилучшего результата из огромного набора возможностей, таких, как переход по состояниям системы, которая сводит к минимуму (максимуму) целевую функцию (пройденное расстояние). Эти проблемы чрезвычайно сложно решить, потому что не существует глобального анализа или локальных характеристик, таких как градиент, которые помогли найти сходимость к оптимальному решению. Проблемы оптимизации возникают во многих практических инженерных ситуациях, например, при планировании движения роботизированного станка, оптимальному распределению средств, замены оборудования и прочее. Если модели линейного программирования – это фундаментальный строительный блок для большинства областей оптимизации, то модели дискретной оптимизации революционизируют практические способы производства, заказа, хранения и доставки продуктов в реальных технико-инженерных ситуациях.

Прикладное стохастическое моделирование – это исследование явлений, в которых «неопределенность» вызвана несогласованностью природных явлений, или источниками, которые не поддаются контролю. Неопределенность в стохастических моделях распознается и включается непосредственно в модель прикладной математики в качестве входных данных.

**Выводы.** Таким образом, перечислив разнообразные направления технического конструирования, которые используют методы математического моделирования, нужно отметить, что эти методы являют-

ся важным инструментом, которому необходимо обучать студентов – будущих инженеров на этапе их подготовки к профессиональной деятельности в высшей технической школе.

Подводя итог вышесказанного, мы считаем, что:

- приложения математического моделирования возникают во всех аспектах производственного цикла и в технологической базе инженерных процессов и явлений;

- приложения прикладной математики возникают из самых разных областей математических наук, они зависят от активности исследований в области математических наук и используют эти исследования в качестве технологической базы современной инженерии;

- математическое моделирование используется как основополагающая основа в прикладных исследованиях системной инженерии, является основным путем передачи технологий математических наук;

- передача технологий из исследовательского сегмента в промышленный сектор имеет решающее значение для повышения конкурентоспособности инженерии;

- в математических науках, как и в смежных отраслях знаний, передача технологий происходит значительно ниже своего потенциала из-за недостаточного владения инженерными работниками методами математического моделирования в условиях цифровизации промышленности;

- в высшей технической школе обучение математике, прикладной математике и профессиональная подготовка будущего инженера с использованием математического моделирования имеют решающее значение для формирования конкурентоспособности современного инженера;

- в дидактике математического моделирования для студентов инженерных специальностей необходимо сотрудничество между промышленными и академи-

ческими секторами, в которых участники процесса четко осознают центральную важность передачи технологий;

- обучение математическому моделированию студентов технических университетов должно быть нацелено на сокращение разрыва между академической математикой и промышленным использованием математики, расширение интеллектуального кругозора студентов, повышение их потенциальной полезности в будущей профессиональной деятельности.

1. Аюпов В.В. *Математическое моделирование технических систем : учебное пособие* / В.В. Аюпов; М-во с.-х. РФ, федеральное гос. бюджетное образов. учреждение высшего образования «Пермская гос. с.-х. акад. им. акад. Д.Н. Прянишникова». – Пермь : ИПЦ «Прокрость», 2017. – 242 с.

2. Волгина О.А. *Математическое моделирование экономических процессов и систем : учебное пособие* / О.А. Волгина, Н.Ю. Голодная, Н.Н. Одяко. – Москва : КноРус, 2012. – 200 с.

3. Голубева Н.В. *Математическое моделирование систем и процессов: Учебное пособие* / Н.В. Голубева. – Санкт-Петербург : Лань КИТ, 2013. – 192 с.

4. Горлач Б.А. *Математическое моделирование. Построение моделей и численная реализация* / Б.А. Горлач, В.Г. Шахов. – Санкт-Петербург : Лань, 2016. – 292 с.

5. Евсеева Е.Г. *Математическое моделирование в профессионально ориентированном обучении математике будущих химиков* / Е.Г. Евсеева, С.С. Попова // Дидактика

*математики : проблемы и исследования : междунар. сб. научных работ. – Вып.48. – Донецк, 2018. – С.28-36.*

6. Жирков А.М. *Математическое моделирование систем и процессов : учебное пособие* / А.М. Жирков, Г.М. Подопризора, М.Р. Цуцунава. – Санкт-Петербург : Лань КИТ, 2016. – 192 с.

7. Зайдель А.Н. *Математическое моделирование. Построение моделей и численная реализация : учебное пособие* / А.Н. Зайдель. – Санкт-Петербург : Лань КИТ, 2016. – 304 с.

8. Зарубин В. С. *Математическое моделирование в технике : учебник для вузов* / В.С. Зарубин [и др.]; под ред. В.С. Зарубина. – Москва: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 496 с.

9. Королев М.Е. *Эффективность методики обучения прикладной математике студентов технических специальностей средствами игровых моделей на основе эвристического подхода* / М.Е. Королев // Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сб. науч. работ. – Донецк, 2020. – Вып. 51. – С.54-62.

10. Рейзлин В.И. *Математическое моделирование : учебное пособие для магистратуры* / В.И. Рейзлин. – Люберцы : Юрайт, 2016. – 126 с.

11. Kaiser G., & Brand S. *Modelling competencies: Past development and further perspectives*. In G.A. Stillman, W. Blum & M. Salett-Biembengut (Eds.), *Mathematical modelling in education research and practice*, 2015.– pp. 129-149.

12. Frejd P., Bergsten, C. *Mathematical modelling as a professional task*. *Educational Studies in Mathematics*. 2016. # 91, p. 11-35.



**Abstract.** Korolev M. **MATHEMATICAL MODELLING AS MEANS OF ENGINEERING CONSTRUCTION.** *For learning the problem of teaching students mathematical modelling in the context of computer figuring the higher education the questions of using the mathematical models in modern technical investigations are shown in the article. It guarantees the understanding of including the computer figuring pedagogical technologies in teaching mathematical analogue computation in today's engineering education.*

**Keywords:** modelling, mathematical analogue computation, technology, engineering, mathematics.

*Статья представлена профессором Е.И. Скафой.  
Поступила в редакцию 27.10.2020 г.*