

УДК 37.036

ПРОБЛЕМА ФОРМИРОВАНИЯ ЭСТЕТИЧЕСКОГО КОМПОНЕНТА СИСТЕМЫ МИРОВОЗЗРЕНЧЕСКИХ ОРИЕНТИРОВ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

*Дзундза Алла Ивановна,
доктор педагогических наук, профессор
e-mail: alladzundza@mail.ru*

*Цапов Вадим Александрович,
кандидат физико-математических наук, доцент
e-mail: tsapva@mail.ru*

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет», г. Донецк, ДНР

*Dzundza Alla,
Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Tsapov Vadim,
Candidate of Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor,
Donetsk National University, Donetsk*

Статья посвящена изучению проблемы формирования эстетического компонента как важнейшей составляющей мировоззрения будущих учителей математики. Исследуются содержание эстетического потенциала математики и различные подходы к его реализации в высшем профессиональном педагогическом образовании.

Ключевые слова: эстетический потенциал математики, мировоззренческие ориентиры, будущий учитель математики.

Постановка проблемы. Социальные преобразования в современном мире влияют на все сферы жизни конкретного человека и общества в целом. В этот период вопросы становления мировоззрения личности становятся определяющим фактором в формировании общественных отношений и влияют на все сферы жизни, в том числе и профессиональной деятельности. Проблема актуализации мировоззренческой составляющей высшего профессионального образования все более привлекает внимание ученых-педагогов.

Анализ актуальных исследований. В исследованиях Р.А. Арцишевского, А.А. Касьяна, А.Г. Спиркина, В.И. Шинкарук обосновывается структура системы мировоззренческих ориентиров молодежи, исследуются условия ее формирования. В работах Б.С. Бабак, В.Л. Василенко, Л.Н. Дениско, П.А. Ландесман анализируются факторы становления мировоз-

зрения личности, изучаются его социальные ориентации. Мировоззренческие ориентиры учителя, оказывающие влияние на развитие профессионально-педагогических ценностей глубоко исследованы в трудах В.П. Бездухового, В.Г. Воронцовой, М.И. Дьяченко, Л.А. Кандыбовича, В.С. Мерлина, К.К. Платонова и др. Анализ научных публикаций позволил нам выделить в системе мировоззренческих ориентиров будущего учителя математики эстетический компонент, как важнейший детерминант профессионального и духовного саморазвития и самореализации [4]. Безусловно, эстетический компонент системы мировоззренческих ориентиров личности реализуется не только в деятельности в сфере искусства, он отражается в любой творческой деятельности, в том числе в деятельности учителя. Мы согласны с Н.И. Киященко,

что эстетика заложена в любом виде человеческого труда [5].

В последнее время существенно меняется взгляд на *культурообразующую природу математики и как науки, и как учебного предмета*. Ученые исследуют математические образы как специфическую форму отражения действительности. Математика богата такими эстетически окрашенными феноменами, как логически строгий математический язык, красивые определения и понятия, элегантные модели и методы доказательств, стройные правила рассуждений, геометрические и графические формы, алгоритмы. Общеизвестно, что важной чертой математических задач является их творческий характер. Если в большинстве других отраслей знания выполнение задания преимущественно требует от обучающихся репродуктивных знаний и навыков, то решение математической задачи, обычно, предполагает поиск специального метода, который ведет к намеченной цели и как следствие становится актом творчества. Собственно эта эмоциональная, творческая природа математических задач более всего притягивает к себе обучающихся. Поэтому, математическое обучение является мощным средством формирования эстетического компонента системы мировоззренческих ориентиров будущих учителей математики.

Цель статьи – раскрыть содержание эстетического потенциала математики и его реализацию в высшем профессиональном педагогическом образовании.

Изложение основного материала. Реализация эстетического потенциала математики в высшем профессиональном педагогическом образовании предполагает нацеленность на восприятие будущими специалистами математической красоты, формирование их эстетического вкуса, эстетических чувств средствами логической культуры и образного мышления, формирование системы эстетических ценностей в стремлении личности к прекрасному, развитие познавательного интереса и формирование творческих способностей, развитие положительного отношения к учебному предмету, другими словами формирование элементов эстетической культуры [8]. По мнению

П.П. Блонского, Л.С. Выготского, воспитание красотой и через красоту представляет собой, во-первых, важное средство мотивации учения, а во-вторых – источник развития эмоциональной сферы личности как важнейшего компонента эстетической культуры [1, 2].

Анализ научно-педагогической литературы позволил нам определить эстетический потенциал математики как комплекс возможностей ее влияния, в результате которого возникает у будущих учителей эстетическое чувство, не приводящее, к отношению «нравится – не нравится» в части того или иного математического объекта, а чувство, в котором обучающиеся познают специфическое эстетическое свойство – красоту математики.

Жизнедеятельность современного человека насыщена эстетическими формами. Нередко эстетика среды бывает довольно агрессивной, ее стереотипы не способствуют гармонизации внутреннего мира человека (спорные образцы авангардного искусства, навязчивая реклама, беспорядочная городская застройка и пр.). На наш взгляд, истинно фундаментальные эстетические детерминанты свойственны лишь науке, в высшей степени именно математической. Мы согласны с Ю.М. Романенко, что важнейшими онтологическими компонентами красоты, достаточно полно характеризующими понятие прекрасного, являются мера и гармония. Мера – это количественная функция, гармонию же полноправно можно считать качественной характеристикой упорядоченности. Мера, как количественное выражение прекрасного, имеет вполне определенное математическое выражение и устанавливает «математическую традицию» в онтологии красоты [7, с. 74]. В трактовке феномена «красоты в математике» проявляется осмысление эстетических качеств окружающего мира. В частности, критериями красоты в математике считаются: гармония единства части и целого, логика раскрытия сложного через элементарное, общность математических структур, оптимальная информативность метаязыка математики, формализация бесконечного через конечное.

Раскрывая содержание эстетического потенциала математики, мы считаем целесообразным выделить две грани – внешнюю и внутреннюю. Под внешней гранью мы понимаем математический аппарат, как необходимый инструмент познания законов гармонии объективного мира. Мы ведем речь о формальной красоте, постигаемой чувствами. Базой такого математического аппарата являются учения о симметрии, золотом сечении, центральном проектировании. Н.И. Фирстова во внешней эстетике математики выделяет эстетику геометрических форм и эстетику аналитической записи [9]. Эстетика геометрических форм проявляется, главным образом, в красоте геометрических фигур, правильных многоугольников, многогранников, симметричных фигур, орнаментов, пропорций. Красота аналитической записи проявляется в красоте числовых и буквенных выражений, формул и записей, в виде числовых узоров, элегантной записи доказательства теоремы или решения задачи, в использовании различных матричных или табличных способов оформления учебного материала.

При проведении учебных занятий с будущими учителями математики мы раскрываем внешнюю эстетику математики на примерах красивых графических объектов, элегантных решений задач, тем самым подчеркивая, что математику стоит рассматривать не исключительно как инструмент решения задач, но и как мощное средство эстетического и духовного развития личности. Во время лекционных и практических занятий мы постоянно акцентируем на красоте и эстетической привлекательности научных фактов.

Довольно эстетически привлекательными являются и следующие формулы:

$$\sqrt{1+2\sqrt{1+3\sqrt{1+4\sqrt{1+\dots}}}} = 3;$$

$$\sqrt{6+2\sqrt{7+3\sqrt{8+4\sqrt{9+\dots}}}} = 4.$$

Относительно числа π мы приводим следующие красивые формулы:

$$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \dots$$

(формула Виета);

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} \dots$$

(формула Валлиса);

$$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots$$

(формула Лейбница).

Студенты выполняют задания по построению эстетически привлекательных графиков функций. Например, рис. 1-3.

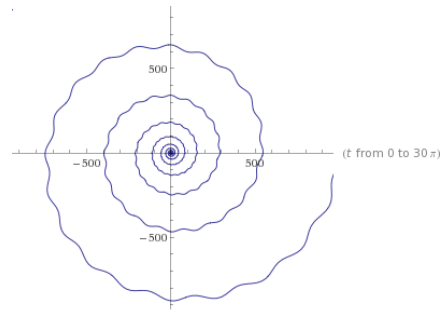


Рисунок 1 – График функции $r = e^{0,1\varphi} (1 + 0,02 \cos 20\varphi)$

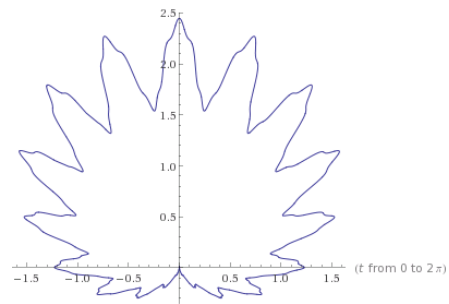


Рисунок 2 – График функции $r = (1 + 0,2 \cos 20\varphi)(1 + 0,02 \cos 100\varphi)(1 + \sin \varphi)$

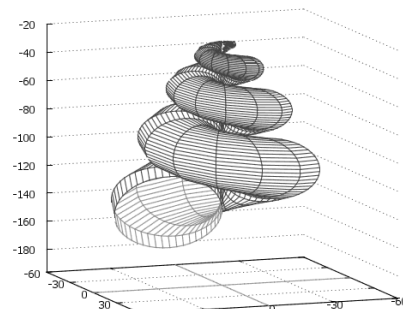


Рисунок 3 – График функции, заданной параметрически

$$\begin{cases} x = u \cdot \cos u \cdot (1 + \cos v), \\ y = u \cdot \sin u \cdot (1 + \cos v), \\ z = u \cdot \sin v - \left(\frac{u+3}{8} \pi\right)^2 - 20. \end{cases}$$

Эти графики функций (рис. 1, 2, 3), безусловно, отражают внешнюю эстетику математических объектов.

На занятиях мы также приводим одну из красивейших формул, тождество Эйлера: $e^{i\pi} + 1 = 0$, объединяющее пять фундаментальных математических констант.

Это число e : $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ – основание натурального логарифма; это число i : $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица; это число пи: $\pi = \frac{l}{d}$ – отношение длины окружности к длине её диаметра; это единица: 1 – нейтральный элемент относительно операции умножения, это ноль: 0 – нейтральный элемент относительно операции сложения. Тождество Эйлера произвело значительный эффект в научном мире. Была популярна мистическая версия, что найден символ всеобщего единства математики: число π относится к геометрии, мнимая единица – к алгебре, числа 0 и 1 – к арифметике, а число e – к математическому анализу [3]. У студентов вызывает эмоциональные чувства то факт, что число $e = 2,7182818284590\dots$ в мнимой степени $\sqrt{-1} \cdot 3,1415926535\dots$ оканчивается равным минус единице.

Внутренняя составляющая эстетического потенциала математики согласована с красотой интеллектуальной. Ее основой являются такие качества математических объектов (задач, теорем, фактов, способов рассуждений), с помощью которых данные объекты рождают чувство элегантно-го, изысканного, прекрасного. Внутренняя эстетика математики, отмечает Я.М. Шатуновский, связана с интеллектуальной красотой научных знаний, благодаря которой возникает чувство утонченного [11].

Внутренняя эстетика состоит из эстетики значения (смысла), эстетики математического содержания (теорем; методов; формул; алгебраических и числовых выражений; законов), эстетики математического мыслительного процесса (доказательство теоремы; обоснование вывода; геометрические построения; решение задачи), эстетики математического познания (исследование проблемы; изуче-

ние темы; составление задач; решение нестандартных задач).

На занятиях с будущими учителями мы разбираем специальные примеры и задачи, подчеркивающие внутреннюю эстетику математики. Широко известен из элементарной математики факториал натурального числа $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$. Обычно по определению принимают равенство $0! = 1$. Но факториал нуля – это такая же абстракция, что и ноль в нулевой степени. Активизируют познавательный интерес студентов такие вопросы, чему равен факториал вещественного нецелого числа, факториал отрицательного числа, факториал мнимой единицы?

Как известно, гамма-функция

$$\Gamma(a) = \int_0^{+\infty} x^{a-1} e^{-x} dx, \text{ введённая Леонардом}$$

Эйлером, является продолжением факториала на вещественные, и даже комплексные числа. Рекуррентная формула

$$\Gamma(a+1) = a\Gamma(a), \text{ при натуральном значении } a = n \text{ даёт } \Gamma(n+1) = n!, \text{ а}$$

$$0! = \Gamma(1) = \int_0^{\infty} e^{-x} dx = [-e^{-x}]_0^{\infty} = 1.$$

В тоже время гамма-функция существует и для дробных значений

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}, \quad \Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = -2\sqrt{\pi}.$$

Опираясь на рекуррентную формулу можно определить факториал мнимой единицы $i = \sqrt{-1}$ как значение гамма-функции от аргумента $1+i$. Имеем

$$i! = \Gamma(1+i) \approx 0,498015668 - 0,154949828i.$$

Подобно тому, как гамма-функция для натуральных чисел является обобщением факториала, бета-функция

$$B(a,b) = \int_0^1 x^{a-1} (1-x)^{b-1} dx \text{ (также введён-$$

ная русским математиком Л. Эйлером) является обобщением биномиальных коэффициентов с немного изменёнными параметрами:

$$C_n^k = \frac{1}{(n+1)B(n-k+1, k+1)}.$$

Эти функции позволяют изучать биномы, производные, интегралы не

только целых порядков (двойной интеграл или третья производная), но и дробных. В подобных примерах и актуализируется внутренняя эстетика математического познания.

Для демонстрации внутренней эстетики математических рассуждений мы используем также «красивые» задачи. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир «красивой» называют такую задачу, которая имеет достаточно простое, по мере возможности сжатое, и основное – неожиданное решение [6]. Красивые задачи служат примером упорядоченности, допустимости установления неподвижных связей, полярности между глубиной исследуемого факта и простотой действующих средств, лаконичности математического языка и гармоничности и стройности доказательств, являющиеся, в понимании исследователей, отличительной особенностью научных объектов с позиции внутренней эстетики [10].

Средства математического обучения при правильной организации и подаче их студенту действительно способствуют его эстетическому, интеллектуальному и духовному развитию.

Выводы. Итак, в математике наиболее выпукло проявляется важный критерий научного совершенства и красоты – единство в разнообразии. Математическое обучение призвано раскрыть перед обучающимся красоту существующих в природе внутренних связей. В математике заложены мощные средства формирования эстетического компонента системы мировоззренческих ориентиров будущих учителей математики. В связи с этим важна целенаправленная работа по поиску эстетически привлекательных объектов в преподавании математики, исследование которых способствует осознанию эстетики математического твор-

чества как важнейшего фактора эстетического развития личности будущего учителя.

1. Блонский П.П. *Психология и педагогика. Избранные труды / П.П. Блонский.* – Москва : Юрайт, 2016. – 321 с.

2. Выготский Л.С. *Собрание сочинений: В 6 т. Т. 4./ Л.С. Выготский.* – Москва : Просвещение, 2011. – 432 с.

3. Данциг Тобиас. *Числа – язык науки / Т. Данциг.* – Москва : Техносфера, 2008. – 111 с.

4. Дзундза А.И. *Суцностные характеристики эстетического компонента системы мировоззренческих ориентиров будущих специалистов / А.И. Дзундза, В.А. Цапов // Педагогика и психология: теория и практика.* – № 2(10), 2018. – Луганск : ЛГУ им. В. Даля. – С. 32-42.

5. Киященко Н.И. *Эстетика жизни: книга для учителя / Н.И. Киященко.* – Москва : Гуманитарий, 2004. – 118 с.

6. Мерзляк А.Г. *Неожиданный шаг, или сто тринадцать красивых задач / А.Г. Мерзляк, В.Т. Полонский, М.С. Якир.* – Киев : Агрофирма «Александрия», 1993. – 64 с.

7. Романенко Ю.М. *Эстетика бытия и античная математическая традиция / Ю.М. Романенко // Экономические и социально-гуманитарные исследования.* – 2014. – №2. – С. 69-76.

8. Слесарева О.В. *Эстетическое воспитание учащихся 5–6 классов при изучении геометрического материала в условиях личностно-ориентированного обучения: дис. ... канд. пед. наук / О.В. Слесарева.* – Москва, 2006. – 260 с.

9. Фирстова Н.И. *Роль эстетического воспитания на уроках математики в средней школе / Н.И. Фирстова // Образовательные ресурсы и технологии.* – Москва : Московский университет имени С.Ю. Витте, 2016. – №2(14). – С. 88-92.

10. Хинчин А.Я. *О воспитательном эффекте уроков математики / А.Я. Хинчин // Вестник Московского университета. Серия 20, Педагогическое образование: Научный журнал.* – 2010. – № 3. – С. 66-73.

11. Шатуновский Я.М. *Математика как изящное искусство и ее роль в общем образовании / Я.М. Шатуновский // Математика в школе.* – №3. – Москва : Школа-Пресс, 2000. – С. 6-11.

Abstract. Dzundza A., Tsapov V. **THE PROBLEM OF THE AESTHETIC COMPONENT FORMATION OF THE WORLDVIEW GUIDELINES SYSTEM FOR FUTURE MATHEMATICS TEACHERS.** *The article is devoted to the study of the problem of the formation of the aesthetic component as the most important component of the worldview of future mathematics teachers. The content of the aesthetic potential of mathematics and various approaches to its implementation in higher professional pedagogical education are investigated.*

Keywords: *aesthetic potential of mathematics, worldview guidelines, future mathematics teacher.*

Статья поступила в редакцию 17.06.2020 г.